受験番号	

令和７年度
数 学 ②

問 題		
1		点

受験番号	

令和７年度 数 学 ② 解 答 紙

理・医（保健学科放射線技術科学専攻，
検査技術科学専攻）・薬・工・情（理系型）
（４枚のうち，その１）

問 題		
1		点

1 の解答欄

(問1)

$\alpha_{n+1} = z_{n+1} + \overline{z_{n+1}} = \{(1+i)z_n + (2+i)\overline{z_n}\} + \{(1-i)\overline{z_n} + (2-i)z_n\}$

$= 3(z_n + \overline{z_n}) = 3\alpha_n$

数列$\{\alpha_n\}$は初項 $\alpha_1 = z_1 + \overline{z_1} = 2$，公比3の等比数列なので.

$\alpha_n = 2\cdot 3^{n-1}$ …(答)

(問2)

$\beta_{n+1} = (2-i)z_{n+1} - (2+i)\overline{z_{n+1}}$

$= (2-i)\{(1+i)z_n + (2+i)\overline{z_n}\} - (2+i)\{(1-i)\overline{z_n} + (2-i)z_n\}$

$= (3+i)z_n + 5\overline{z_n} - (3-i)\overline{z_n} - 5z_n$

$= -\{(2-i)z_n - (2+i)\overline{z_n}\} = -\beta_n$

数列$\{\beta_n\}$は初項 $\beta_1 = (2-i)z_1 - (2+i)\overline{z_1} = -2i$，

公比 -1 の等比数列なので. $\beta_n = (-2i)\cdot(-1)^{n-1}$ …(答)

(問3)

(問1)から. $z_n + \overline{z_n} = 2\cdot 3^{n-1}$なので. $(2+i)z_n + (2+i)\overline{z_n} = 2(2+i)\cdot 3^{n-1}$ …①

(問2)から. $(2-i)z_n - (2+i)\overline{z_n} = (-2i)\cdot(-1)^{n-1}$ …②

①＋②より. $4z_n = 2(2+i)\cdot 3^{n-1} + (-2i)\cdot(-1)^{n-1}$

$z_n = \frac{1}{2}\left\{(2+i)\cdot 3^{n-1} - i\cdot(-1)^{n-1}\right\}$ …(答)

注意事項：解答は，必ず表面に記入すること。
裏面は採点の対象としません。

受験番号	

令和７年度
数 学 ②

問 題		
2		点

受験番号	

令和７年度 数 学 ② 解 答 紙

理・医（保健学科放射線技術科学専攻，
検査技術科学専攻）・薬・工・情（理系型）
（４枚のうち，その２）

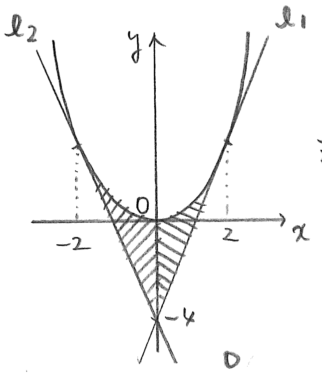
問 題		
2		点

2 の解答欄

（問1） 接点を(t, t^2)とすると 接線は $y'=2x$ より

$y-t^2=2t(x-t)$ だから $y=2tx-t^2$

点$(0,-4)$を通るものは $t^2=4$ より $t=\pm2$



よって $l_1: y=4x-4$
　　　$l_2: y=-4x-4$

求める面積をS_1とすると

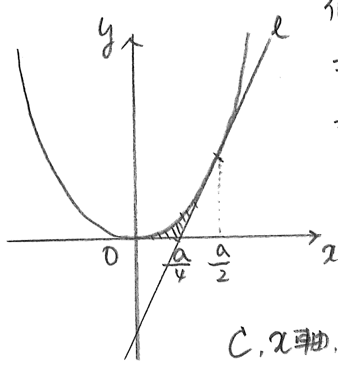
$$S_1=\int_{-2}^{0}\{x^2-(-4x-4)\}dx+\int_{0}^{2}\{x^2-(4x-4)\}dx$$

$$=\int_{-2}^{0}(x+2)^2dx+\int_{0}^{2}(x-2)^2dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}(x+2)^3\right]_{-2}^{0}+\left[\frac{1}{3}(x-2)^3\right]_{0}^{2}=\frac{8}{3}-\left(-\frac{8}{3}\right)$$

$$=\frac{16}{3}\ \cdots（答）$$

（問2）



傾きがaなので，$2x=a$ より

接点は $\left(\frac{a}{2}, \frac{a^2}{4}\right)$

接線は $y=ax-\frac{a^2}{4}$ となるので

$b=-\frac{a^2}{4}\cdots①$

lとx軸との交点は $\frac{a}{4}$ であるから

C，x軸，lで囲まれる部分の面積を

S_2とすると

$$S_2=\int_{0}^{\frac{a}{4}}x^2dx+\int_{\frac{a}{4}}^{\frac{a}{2}}\left(x-\frac{a}{2}\right)^2dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}x^3\right]_{0}^{\frac{a}{4}}+\left[\frac{1}{3}\left(x-\frac{a}{2}\right)^3\right]_{\frac{a}{4}}^{\frac{a}{2}}$$

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{a}{4}\right)^3+\frac{1}{3}\left(\frac{a}{4}\right)^3=\frac{1}{3}\cdot\frac{a^3}{32}$$

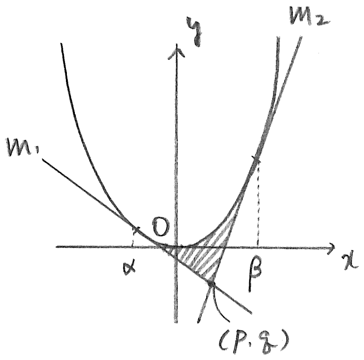
$S_1=S_2$ より $\frac{1}{3}\cdot\frac{a^3}{32}=\frac{16}{3}$ 　$a^3=16\cdot32=2^4\cdot2^5$
$=2^9$

aは実数であるから $a=2^3=8$

①より $b=-16$ 　$a=8,\ b=-16\cdots$（答）

（問3） (p,q)を通る２本の接線が存在するための必要条件は $q<p^2$

２つの接点を(α, α^2)，(β, β^2)とおくと
$(\alpha<\beta)$



m_1，m_2は

$y=2\alpha x-\alpha^2$，$y=2\beta x-\beta^2$

C，m_1，m_2で囲まれる部分の

面積をS_3とおくと．

m_1，m_2の交点のx座標は $2\alpha x-\alpha^2=2\beta x-\beta^2$ より

$2(\alpha-\beta)x=\alpha^2-\beta^2$ 　$\alpha\neq\beta$ より $x=\frac{\alpha+\beta}{2}$ であるから

交点は $\left(\frac{\alpha+\beta}{2}, \alpha\beta\right)$

$$S_3=\int_{\alpha}^{\frac{\alpha+\beta}{2}}(x-\alpha)^2dx+\int_{\frac{\alpha+\beta}{2}}^{\beta}(x-\beta)^2dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}(x-\alpha)^3\right]_{\alpha}^{\frac{\alpha+\beta}{2}}+\left[\frac{1}{3}(x-\beta)^3\right]_{\frac{\alpha+\beta}{2}}^{\beta}$$

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right)^3-\frac{1}{3}\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)^3=\frac{1}{12}(\beta-\alpha)^3$$

$S_3=S_1$ より $\frac{1}{12}(\beta-\alpha)^3=\frac{16}{3}$ 　$\therefore\ \beta-\alpha=4\cdots②$

交点が(p, q)であるから

$$\begin{cases}\frac{\alpha+\beta}{2}=p\\ \alpha\beta=q\end{cases}\ より\ \ \begin{aligned}\alpha+\beta=2p\\ \alpha\beta=q\end{aligned}$$

②より $(\beta-\alpha)^2=16$ 　$\therefore\ (\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=16$

よって(p, q)は $4p^2-4q=16$

すなわち $q=p^2-4$ をみたす

また，$y=x^2-4$ 上の点(p, q)はすべて $q<p^2$をみたす．

よって点(p, q)の軌跡は

$$y=x^2-4\ \cdots（答）$$

注意事項：解答は，必ず表面に記入すること。
裏面は採点の対象としません。

受験番号	

令和７年度
数 学 ②

問題		
3		点

受験番号	

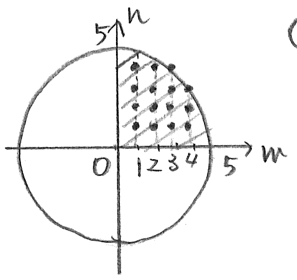
令和７年度 数 学 ② 解 答 紙

理・医(保健学科放射線技術科学専攻,
検査技術科学専攻)・薬・工・情(理系型)
（４枚のうち，その３）

問題		
3		点

3 の解答欄

(問1) X_1の要素の個数は $m^2+n^2\leqq 25$ …① をみたす正の整数(m,n)の個数なので



①より

$m=1$のとき $n^2\leqq 24$より
$n=1,2,3,4$

$m=2$のとき $n^2\leqq 21$より
$n=1,2,3,4$

$m=3$のとき $n^2\leqq 16$より
$n=1,2,3,4$

$m=4$のとき $n^2\leqq 9$より
$n=1,2,3$

以上より $4+4+4+3=15$

∴ 15個 …(答)

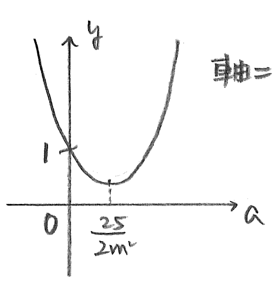
(問2) $(m,1)$がX_aに含まれないのは，

$m^2a+\frac{1}{a}>25$ が任意の正の数aで成立するとき

$a>0$なので $m^2a^2-25a+1>0$

$y=m^2a^2-25a+1$ とおくと

$y=m^2\left(a-\frac{25}{2m^2}\right)^2-\frac{25^2}{4m^2}+1$



軸$=\frac{25}{2m^2}>0$ かつ $1>0$なので条件をみたすのは

$-\frac{25^2}{4m^2}+1>0$ のとき

($D<0$でもよい)

∴ $4m^2-25^2>0$より

$m^2>\frac{25^2}{4}$

$m>0$なので $m>\frac{25}{2}=12.5$

条件をみたす最小のmは 13 …(答)

(問3)

$m^2a+\frac{n^2}{a}\leqq 25$ をみたす(m,n)が，ある正の数aに対して存在するのは

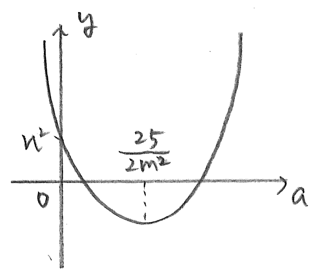
$a>0$なので $m^2a^2-25a+n^2\leqq 0$

これをみたす正の数aが存在すればよい

$y=m^2a^2-25a+n^2$ とおくと

$y=m^2\left(a-\frac{25}{2m^2}\right)^2-\frac{25^2}{4m^2}+n^2$

軸$=\frac{25}{2m^2}>0$ かつ $n^2>0$ なので



条件をみたすのは

$-\frac{25^2}{4m^2}+n^2\leqq 0$ のとき

($D\geqq 0$でもよい)

$4m^2n^2\leqq 25^2$より

$m^2n^2\leqq\frac{25^2}{4}=\left(\frac{25}{2}\right)^2$

$mn>0$であるから $mn\leqq\frac{25}{2}=12.5$

mnは正の整数なので $0<mn\leqq 12$ …②

nの個数は

$m=1$のとき ②より $n\leqq 12$ で 12個

$m=2$のとき ②より $n\leqq 6$ で 6個

$m=3$のとき ②より $n\leqq 4$ で 4個

$m=4$のとき ②より $n\leqq 3$ で 3個

$m=5$のとき ②より $n\leqq\frac{12}{5}$ で 2個

$m=6$のとき ②より $n\leqq 2$ で 2個

$m=7,8,9,10,11,12$のとき それぞれ 1個

以上より

$12+6+4+3+2+2+1\times 6=35$

35個 …(答)

注意事項：解答は，必ず表面に記入すること。
裏面は採点の対象としません。

受験番号

令和７年度
数 学 ②

問題 4 点

受験番号

令和７年度 **数 学 ② 解 答 紙**

理・医（保健学科放射線技術科学専攻，
検査技術科学専攻）・薬・工・情（理系型）
（４枚のうち，その４）

問題 4 点

4 の解答欄

（問1） $f(x)=x+\log 3-\log(x+3)$ とおく。

$f'(x)=1-\dfrac{1}{x+3}=\dfrac{x+2}{x+3}$

$x>0$ のとき，$f'(x)>0$ なので

$f(x)$ は $x>0$ において単調増加する。

$f(0)=0+\log 3-\log 3=0$ であるから，

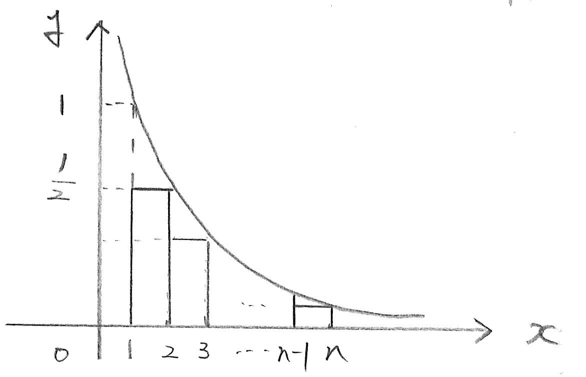
$x>0$ のとき，$f(x)>0$

ゆえに，$\log(x+3)<x+\log 3$ （終）

（問2） 自然数 k に対して $k\leqq x\leqq k+1$

のとき，$\dfrac{1}{k+1}\leqq\dfrac{1}{x}$ で等号は常には成り立たない

$\displaystyle\int_k^{k+1}\frac{dx}{k+1}<\int_k^{k+1}\frac{dx}{x}$ から $\displaystyle\frac{1}{k+1}<\int_k^{k+1}\frac{dx}{x}$



上図より，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k+1}<\int_1^n\frac{dx}{x}$

$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}<\left[\log x\right]_1^n=\log n$

両辺に1を加えて，

$1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}<1+\log n$ （終）

（問3）

$a_n=\left(3+\dfrac{1}{n}\right)a_{n-1}=\left(3+\dfrac{1}{n}\right)\left(3+\dfrac{1}{n-1}\right)a_{n-2}$

$=\cdots=\left(3+\dfrac{1}{n}\right)\left(3+\dfrac{1}{n-1}\right)\cdots\left(3+\dfrac{1}{2}\right)a_1$

$=\left(3+\dfrac{1}{n}\right)\left(3+\dfrac{1}{n-1}\right)\cdots\left(3+\dfrac{1}{2}\right)\left(3+\dfrac{1}{1}\right)>3^n$

より，$\sqrt[n]{a_n}>3$ …（＊）

$\log\sqrt[n]{a_n}=\dfrac{1}{n}\log a_n$

$=\dfrac{1}{n}\left\{\log\left(3+\dfrac{1}{n}\right)+\log\left(3+\dfrac{1}{n-1}\right)+\cdots+\log\left(3+\dfrac{1}{1}\right)\right\}$

$<\dfrac{1}{n}\left(\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n-1}+\cdots+1+n\log 3\right)$ （∵問1）

$<\dfrac{1}{n}\left(1+\log n+n\log 3\right)$ （∵問2）

ここで

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}+\frac{\log n}{n}+\log 3\right)=\log 3$

であるから，（＊）と合わせて

はさみうちの原理から，

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=3$ …（答）

注意事項：解答は，必ず表面に記入すること。
裏面は採点の対象としません。