受験番号	

令和７年度　数 学 ③ 解 答 紙

医（医学科）　（４枚のうち，その１）

問 題		
1		点

$\boxed{1}$ の解答欄

$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とする。

（問1）

$$(左辺)-(右辺)=|\vec{b}|^2+|\vec{c}-\vec{b}|^2+|\vec{d}-\vec{c}|^2+|\vec{d}|^2$$
$$-|\vec{c}|^2-|\vec{d}-\vec{b}|^2$$
$$=|\vec{c}|^2+|\vec{b}|^2+|\vec{d}|^2-2\vec{b}\cdot\vec{c}+2\vec{b}\cdot\vec{d}-2\vec{c}\cdot\vec{d}$$
$$=|\vec{c}-\vec{b}-\vec{d}|^2$$
$$\geqq 0 \quad \cdots\cdots（終）$$

（問2）

問1で等号が成立するのは

$$\vec{c}-\vec{b}-\vec{d}=\vec{0}$$

のときであり，このとき $\vec{c}=\vec{b}+\vec{d}$ なので，四角形ABCDは平行四辺形である。

よって求める四角形ABCDの面積は

$$\underline{pq\sin\theta \quad \cdots\cdots（答）}$$

[redacted]

受験番号	

令和7年度 数学③解答紙

医(医学科)　　(4枚のうち，その2)

問題		
2		点

2 の解答欄

(問1)

$$z=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\angle BOC=\left|\arg\frac{\gamma}{\beta}\right|$$

$$=\left|\arg\frac{z^2\alpha}{z\alpha}\right|$$

$$=\left|\arg z\right| = \frac{\pi}{6} \quad \cdots(答)$$

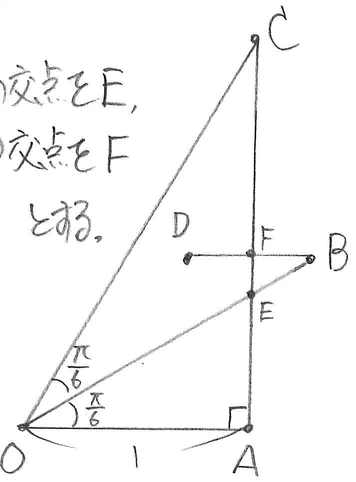
(問2)

$\beta=z\alpha$ より，点Bは点Aを$\sqrt{2}$倍して点Oを中心に$\frac{\pi}{6}$回転させた位置にある。$\gamma=z^2\alpha$ より，点Cは点Bを$\sqrt{2}$倍して点Oを中心に$\frac{\pi}{6}$回転させた位置にある。

$|\alpha|=1$ としても，各点の位置関係はかわらない。

点O, A, B, C, Dの位置関係は次のようになる

OBとACの交点をE，
BDとACの交点をF
とする。



$OB=\sqrt{2}$
$OC=2$
$AC=\sqrt{3}$

上図より　$OE=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$，$BE=\sqrt{2}-\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

よって　$BD=2BF=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}BE=\sqrt{6}-2$

したがって　$\delta=\beta-(\sqrt{6}-2)\alpha$

$$=z\alpha-(\sqrt{6}-2)\alpha$$

$$=\left(2-\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)\alpha \quad \cdots(答)$$

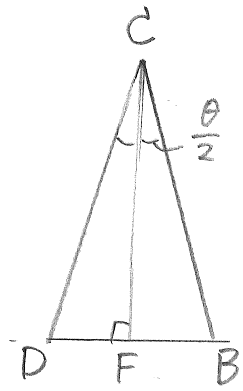
(問3)

$$AF=OB\sin\frac{\pi}{6}=\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$CF=AC-AF=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$$

$$BF=\frac{1}{2}BD$$

$$=\frac{\sqrt{6}-2}{2}$$



三平方の定理より

$$BC=\sqrt{BF^2+CF^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{6}-2}{2}\right)^2+\left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$=\frac{\sqrt{24-8\sqrt{6}}}{2}$$

$$\sin\frac{\theta}{2}=\frac{BF}{BC}=\frac{\sqrt{6}-2}{\sqrt{24-8\sqrt{6}}}$$

$$\cos\frac{\theta}{2}=\frac{CF}{BC}=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{24-8\sqrt{6}}}$$

よって

$$\sin\theta=2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$=2\cdot\frac{(\sqrt{6}-2)(2\sqrt{3}-\sqrt{2})}{24-8\sqrt{6}}$$

$$=\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6} \quad \cdots(答)$$

[redacted]

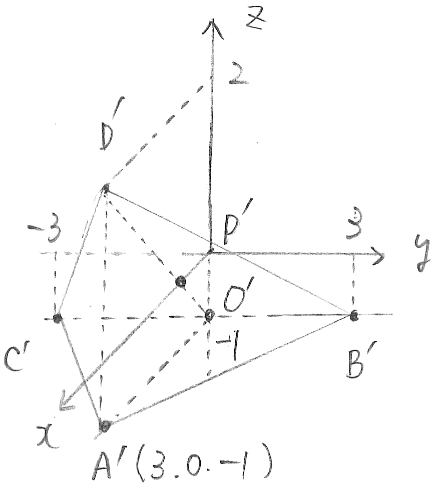
受験番号

令和７年度 数 学 ③ 解 答 紙

医(医学科)　　（４枚のうち，その３）

問題
3
点

3 の解答欄



$O'(0.0.-1)$, $A'(3.0.-1)$, $B'(0.3.-1)$

$C'(0.-3.-1)$, $D'(3.0.2)$, $P'(0.0.0)$

直線 $A'B'$, $B'D'$, $O'D'$ と平面 $x=3k\ (0\leqq k\leqq 1)$

の交点を，それぞれ Q. R. S とすると

$\overrightarrow{OQ}=(0.3.-1)+k(3.-3.0)$

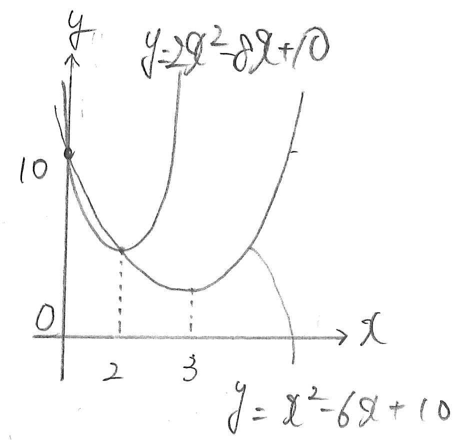
$=(3k.\ 3-3k.\ -1)$

$\overrightarrow{OR}=(0.3.-1)+k(3.-3.3)$

$=(3k.\ 3-3k.\ 3k-1)$

$\overrightarrow{OS}=(0.0.-1)+k(3.0.3)$

$=(3k.\ 0.\ 3k-1)$



x 軸上の点を $T(3k.0.0)$ とすると

$TQ=\sqrt{(3-3k)^2+(-1)^2}=\sqrt{9k^2-18k+10}=\sqrt{x^2-6x+10}$

$TR=\sqrt{(3-3k)^2+(3k-1)^2}=\sqrt{18k^2-24k+10}=\sqrt{2x^2-8x+10}$

$TS=\sqrt{(3k-1)^2}=\sqrt{9k^2-6k+1}=\sqrt{x^2-2x+1}$

直線 $O'D'$ と x 軸の交点は $k=\frac{1}{3}$ のときで $(1.0.0)$

よって求める体積は

$\int_0^1\pi(TQ^2-TS^2)dx+\int_1^2\pi(TQ)^2dx+\int_2^3\pi(TR)^2dx$

$=\pi\int_0^1(-4x+9)dx+\pi\int_1^2(x^2-6x+10)dx+\pi\int_2^3(2x^2-8x+10)dx$

$=\pi\left\{\left[-2x^2+9x\right]_0^1+\left[\frac{1}{3}x^3-3x^2+10x\right]_1^2+\left[\frac{2}{3}x^3-4x^2+10x\right]_2^3\right\}$

$=\underline{13\pi}$ …(答)

注意事項：解答は，必ず表面に記入すること。
裏面は採点の対象としません。

受験番号

令和７年度 **数学③解答紙**

医（医学科）　（４枚のうち，その４）

問題		
4		点

4 の解答欄

（問1）$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n^{p+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{k}{n}\right)^p=\int_0^1 x^p dx$

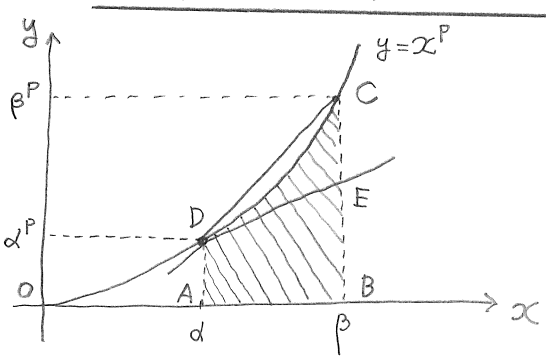
$\displaystyle=\left[\frac{1}{p+1}x^{p+1}\right]_0^1=\frac{1}{p+1}$ …（答）

（問2）$y=x^p$ より $y'=px^{p-1}$

よって，(α,α^p) における $y=x^p$ の接線の方程式は

$y-\alpha^p=p\alpha^{p-1}(x-\alpha)$

$\therefore$ $y=p\alpha^{p-1}x+(1-p)\alpha^p$ …（答）



$y=x^p\ (x>0)$ のグラフは $y'=px^{p-1}>0$，

$y''=p(p-1)x^{p-2}>0$ より単調増加で，下に凸

だから，上図のように

$A(\alpha,0)$，$B(\beta,0)$，$C(\beta,\beta^p)$，$D(\alpha,\alpha^p)$

$E(\beta,\alpha^p+p(\beta-\alpha)\alpha^{p-1})$ とし

$T=\displaystyle\int_\alpha^\beta x^p dx$ とおくと，T は図の斜線部分を表す。

次に，台形ABCD，台形ABEDの面積をそれぞれ T_1，T_2 とすると

$T_2\leqq T\leqq T_1$

ここで，

$T_1=\frac{1}{2}(\beta-\alpha)(\beta^p+\alpha^p)$

$T_2=\frac{1}{2}(\beta-\alpha)\{\alpha^p+\alpha^p+p(\beta-\alpha)\alpha^{p-1}\}$

$=\frac{1}{2}(\beta-\alpha)\{2\alpha^p+p(\beta-\alpha)\alpha^{p-1}\}$

よって

$\displaystyle\frac{1}{2}(\beta-\alpha)\{2\alpha^p+p(\beta-\alpha)\alpha^{p-1}\}\leqq\int_\alpha^\beta x^p dx\leqq\frac{1}{2}(\beta-\alpha)(\beta^p+\alpha^p)$

が成立する。

（問3）（問2）の不等式において

$\alpha=k-1$，$\beta=k$　$(k=1,2,3,\cdots,n)$

とおくと

$\displaystyle\frac{1}{2}\{2(k-1)^p+p(k-1)^{p-1}\}\leqq\int_{k-1}^k x^p dx\leqq\frac{1}{2}\{k^p+(k-1)^p\}$

$k=1,2,3,\cdots,n$ とおいて辺々加えると

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(k-1)^p+\frac{p}{2}\sum_{k=1}^{n}(k-1)^{p-1}\leqq\int_0^n x^p dx\leqq\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}k^p+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}(k-1)^p$

よって

$\displaystyle S_n-n^p+\frac{p}{2}\sum_{k=1}^{n-1}k^{p-1}\leqq\frac{n^{p+1}}{p+1}\leqq\frac{1}{2}S_n+\frac{1}{2}(S_n-n^p)$

$c=\dfrac{1}{p+1}$ を用いて

$\displaystyle S_n-n^p+\frac{p}{2}\sum_{k=1}^{n-1}k^{p-1}\leqq cn^{p+1}\leqq S_n-\frac{1}{2}n^p$

よって

$\displaystyle\frac{1}{2}n^p\leqq S_n-cn^{p+1}\leqq n^p-\frac{p}{2}\sum_{k=1}^{n-1}k^{p-1}$

ゆえに

$\displaystyle\frac{1}{2}\leqq\frac{S_n-cn^{p+1}}{n^p}\leqq 1-\frac{p}{2}\frac{1}{n^p}\sum_{k=1}^{n-1}k^{p-1}$ …①

ここで，

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{p}{2}\frac{1}{n^p}\sum_{k=1}^{n-1}k^{p-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{p}{2}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{k}{n}\right)^{p-1}$

$\displaystyle=\frac{p}{2}\int_0^1 x^{p-1}dx=\frac{p}{2}\cdot\frac{1}{p}=\frac{1}{2}$

となるから，①でハサミウチの原理から

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{S_n-cn^{p+1}}{n^p}=\frac{1}{2}$ …（答）

注意事項：解答は，必ず表面に記入すること。
裏面は採点の対象としません。